

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ  
кафедра обчислювальної математики**



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
Міри та інтеграл Лебега

для студентів

галузь знань **12 – «Інформаційні технології»**  
спеціальність **24 – «Системний аналіз»**  
освітній рівень **бакалавр**  
освітня програма **«Системний аналіз»**  
вид дисципліни **вибіркова**

Форма навчання	<b>денна</b>
Навчальний рік	<b>2021/2022</b>
Семестр	<b>6</b>
Кількість кредитів ECTS	<b>3</b>
Мова викладання, навчання та оцінювання	<b>українська</b>
Форма заключного контролю	<b>залік</b>

Викладач: **д.ф.-м.н., професор Семенов В. В., професор кафедри ОМ**

Пролонговано: на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» 20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» 20\_\_ р.  
(підпис, ПІБ, дата)

**КИЇВ – 2020**

Розробник: Семенов Володимир Вікторович, д.ф.-м.н., професор, професор кафедри обчислювальної математики

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри обчислювальної математики

\_\_\_\_\_  (Ляшко С.П.)

Протокол № 1 від «27» серпня 2020 р.

Схвалено Гарантом освітньо-професійної програми першого рівня вищої освіти

«Системний аналіз» Шарапов М.М. Шарапов

«28» серпня 2020 року

Схвалено науково-методичною комісією факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «28» серпня 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ (Омельчук Л.Л.)  
(підпис)  (прізвище та ініціали)

«28» серпня 2020 року

## ВСТУП

**1. Мета дисципліни** – Оволодіння знаннями основних принципів теорії міри та інтегралу. Оволодіння навичками розв'язання типових задач теорії міри та інтегралу.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни (за наявності):**

1. Успішне опанування курсу: математичний аналіз, лінійна алгебра.
2. Знати: основні поняття і факти математичного аналізу та лінійної алгебри.
3. Вміти: розв'язувати типові задачі з математичного аналізу та лінійної алгебри.
4. Володіти елементарними навичками пошуку інформації в Інтернеті.

**3. Анотація навчальної дисципліни (до 700 символів):**

Теорія міри та інтегралу є складовою циклу професійної підготовки фахівців з системного аналізу. Ці знання в подальшому полегшать розуміння інших математичних курсів, які використовують апарат теорії міри та інтеграл Лебега, дозволять студентам застосовувати свої знання для розв'язання практичних задач з різних галузей, а також закладуть основи фундаментальної математичної підготовки, яка очікується від випускників класичних університетів. Курс містить основні відомості з теорії міри, вимірних функцій, а також теорії інтегралу Лебега. Дана дисципліна викладається у 6 семестрі в обсязі – 90 год. (3 кредити ECTS) зокрема: лекції – 28 год., практичні заняття – 14 год., самостійна робота – 48 год. У курсі передбачено 2 змістових частини, 2 контрольні роботи та залік.

В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

**знати** основні поняття і факти теорії міри та інтегралу;

**вміти** застосовувати на практиці поняття і факти теорії міри та інтегралу, розв'язувати прикладні задачі, використовуючи апарат теорії міри та інтегралу.

**4. Завдання (навчальні цілі):** відповідно до освітньо-професійної програми «Системний аналіз» (бакалаври) дисципліна «Міри та інтеграл Лебега» спрямована на досягнення таких компетентностей випускника:

**ЗК 1.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

**ЗК 2.** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях

**ЗК 3.** Здатність планувати і управляти часом

**ЗК 4.** Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності

**ЗК 7.** Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел

**К 8.** Здатність бути критичним і самокритичним

**ЗК 10.** Здатність працювати автономно

**ЗК 11.** Здатність генерувати нові ідеї (креативність)

**ФК 3.** Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів.

**ФК 9.** Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі.

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН1.1	Знати основні поняття і теорії міри та інтегралу	лекція	Контрольна робота, 60% правильних відповідей	30%
РН1.2	Знати прийоми і методи розв'язання задач теорії міри та інтегралу	лекція, практичне заняття	Контрольна робота, 60% правильних відповідей	20%
РН2.1	Вміти застосовувати на практиці основні факти теорії міри та інтегралу для розв'язання задач	практичне заняття, самостійна робота	Контрольна робота, 60% правильних відповідей,	20%
РН3.1	Обґрунтовувати власний погляд на задачу, співпрацювати з колегами, правильно оформляти розв'язки задач	практичне заняття	Поточне оцінювання, практичне заняття	10%
РН4.1	Організувати свою самостійну роботу для досягнення результату	самостійна робота	Поточне оцінювання	10%
РН4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість	самостійна робота	Поточне оцінювання	10%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання	Результати навчання дисципліни					
	1.1	1.2	2.1	3.1	4.1	4.2
<b>ПР 1.</b> Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу		+	+	+	+	+
<b>ПР 5.</b> Знати основні положення теорії метричних просторів, лебегівської теорії міри та інтеграла, теорії обмежених лінійних операторів в банахових та гільбертових просторах, застосовувати техніку і методи функціонального аналізу для розв'язання задач керування складними процесами в умовах невизначеності.	+	+			+	

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1 Форми оцінювання студентів:

Максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: **100/60 балів**.

#### - семестрове оцінювання:

1. Контрольна робота 1: РН 1.1, РН 1.2, РН 2.1, РН 3.1 — 20 балів/12 балів.
2. Контрольна робота 2: РН 1.1, РН 1.2, РН 2.1, РН 3.1 — 20 балів/12 балів.
3. П'ять домашніх робіт практичних занять: РН 1.1, РН 1.2, РН 2.1, РН 3.1, РН 4.1, РН 4.2 — 10 балів/6 балів за кожне завдання.
4. Поточне оцінювання на лекціях та практичних заняттях: РН 1.1, РН 4.1, РН 4.2 — 10 балів.

- **підсумкове оцінювання:** залік виставляється за результатами роботи студента впродовж усього семестру і не передбачає додаткових заходів оцінювання для успішних студентів.

- **умови допуску до підсумкового заліку:** необхідно виконати самостійно всі п'ять домашніх завдань та успішно написати контрольні роботи.

### 7.2 Організація оцінювання:

1. Контрольна робота 1: до 8 тижня семестру.
2. Контрольна робота 2: до 16 тижня семестру.
3. Домашні роботи: на практичних заняттях.
4. Поточне оцінювання: на лекціях та практичних заняттях.

У випадку відсутності студентів з поважних причин відпрацювання та перескладання контрольних робіт здійснюються у відповідності до «Положення про організацію освітнього процесу» від 07.05.2018 року.

У випадку встановлення фактів порушення студентами академічної доброчесності, передбачених пунктом 9.8.2 «Положення про організацію освітнього процесу у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка», що діє від 07.05.2018, вони будуть притягнуті до відповідальності, передбаченої пунктом 9.8.3 цього положення.

### 7.3 Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно</b> / Excellent	90-100
<b>Добре</b> / Good	75-89
<b>Задовільно</b> / Satisfactory	60-74
<b>Незадовільно</b> / Fail	0-59
<b>Зараховано</b> / Passed	60-100
<b>Не зараховано</b> / Fail	0-59

## 8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій і практичних занять

№ п/п	Назва теми	Кількість годин		
		лекції	практичні	самостійна робота
Частина 1. Основи теорії міри та вимірні функції				
1	Тема 1. Основні класи множин. Мінімальні класи. Адитивні функції множин. Міри. Самостійна робота: Теорема про монотонний клас і $\sigma$ -кільце, породжені кільцем. Структура борелевської $\sigma$ -алгебри. Теорема Улама. Класифікація Бера множин та функцій.	2		4
2	Тема 2. Зовнішні міри. Продовження міри. Теорема Каратеодорі. Самостійна робота: Основні поняття теорії ймовірності та теорія міри. Внутрішня міра. Порівняння процедур продовження міри за Жорданом та за Лебегом.	2	2	4
3	Тема 3. Критерії вимірності. Самостійна робота: Міри в нескінченновимірному просторі Гільберта. Міра Хаусдорфа. Міра Вінера.	2		4
4	Тема 4. Міра Лебега на $\square^m$ . Міра Лебега-Стілтєса на прямій. Самостійна робота: Приклад Віталі. Проста та складна задачі продовження міри.	2	2	4
5	Тема 5. Вимірні відображення. Борелевські та вимірні за Лебегом функції. Самостійна робота: Приклад борелевської, але невимірної за Лебегом множини.	2		4
6	Тема 6. Властивості вимірних відображень. Апроксимація вимірних функцій простими вимірними функціями. Самостійна робота: Теорема Лебега про диференційовність майже скрізь монотонної функції.	2	2	4
7	Тема 7. Види збіжності послідовностей вимірних функцій. Самостійна робота: Чи метризується збіжність майже скрізь? Чи метризується збіжність за мірою?	4		4
8	Контрольна робота 1.		2	
Частина 2. Інтеграл Лебега				
9	Тема 8. Інтегрування простих функцій. Інтегрування обмежених функцій. Самостійна робота: Схема Данієля побудови інтеграла Лебега.	2		4
10	Тема 9. Інтегрування необмежених вимірних функцій. Інтегрування вимірних функцій на множинах нескінченної міри. Самостійна робота: Порівняння інтегралів Лебега та Рімана.	2	2	4
11	Тема 10. Нерівність Чебишова. Граничний перехід під знаком інтеграла.	2		4

	Самостійна робота: Теорема Радона-Нікодима. Похідна Радона-Нікодима.			
12	Тема 11. Інтегрування на добутку просторів. Самостійна робота: Заміна змінної в інтегралі Лебега.	2		4
13	Тема 12. Простір $L_p(X, F, \mu)$ . Самостійна робота: Нерівності Гельдера та Мінковського. Простір $L_p(X, F, \mu)$ . Повнота простору $L_p(X, F, \mu)$ . Щільні підмножини $L_p(X, F, \mu)$ . Сепарельність $L_p(X, F, \mu)$ .	4	2	4
14	Контрольна робота 2.		2	
	<b>Всього</b>	<b>28</b>	<b>14</b>	<b>48</b>

**Загальний обсяг** 90 год., в тому числі (вибрати необхідне):

Лекцій – 28 год.

Практичні заняття - 14 год.

Самостійна робота - 48 год.

### 9. Рекомендовані джерела:

#### *Основна:*

1. Колмогоров А.Н. Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М: Наука, 1981. 544 с.
2. Березанский Ю.М., Г.Ф.Ус, Шефтель З.Г. Функциональный анализ. К.: Вища школа, 1990. 600 с.
3. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М.: Наука, 1988.
4. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. Киев: Выща школа, 1989.
5. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу. М.: Просвещение, 1981.

#### *Додаткова:*

1. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1993.
2. Садовничий В.А. Теория операторов. М.:Изд-во Московского университета, 1986. 368 с.
3. Дьяченко М.И., Ульянов П.Л. Мера и интеграл. М.: Факториал Пресс, 2002.
4. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1966.

### 10. Додаткові ресурси:

Персональна сторінка проф. Семенова В.В. <http://om.univ.kiev.ua/ua/user-5>