

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**Факультет комп'ютерних наук та кібернетики
Кафедра прикладної статистики**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана
з навчальної роботи

_____ Кашпур О. Ф.
«__» _____ 20__ року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Актуарна математика**

для студентів

галузь знань	12 – Інформаційні технології
спеціальність	124 – Системний аналіз
освітній рівень	бакалавр
освітня програма	Системний аналіз
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2019/2020
Семестр	8
Кількість кредитів ECTS	3
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: **д.ф.-м.н, проф. Лебєдєв Є.О.,**

К.ф.-м.н., доц. Розора І.В.

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» 20__ р.

на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» 20__ р.

КИЇВ – 2019

Розробник: Лебедєв Є.О. докт. фіз.-мат. н., професор,
професор кафедри Прикладної Статистики

ЗАТВЕРДЖЕНО
Зав. кафедри Прикладної Статистики

_____ (Лебедєв Є.О.)

Протокол № __ від «__» _____ 20__ р.

Схвалено. Гарант освітньо-професійної програми першого рівня вищої освіти
«Системний аналіз» _____ М.М. Шарапов

Схвалено науково-методичною комісією факультету
комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «__» _____ 20__ року №__

Голова науково-методичної комісії _____ (Омельчук Л.Л.)
(підпис)

«__» _____ 20__ року

1 Мета дисципліни – "Актуарна математика" є подання в доступній формі основних імовірносно-статистичних моделей актуарної математики. При цьому акцент робиться на використанні теоретичних положень у практичних актуарних розрахунках, дослідженні питань оптимальності відповідних процедур. Значна увага приділяється подальшому поглибленню знань, пов'язаних з вирішенням актуальних проблем актуарної математики.

2 Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни

Знати: глави математичного аналізу, лінійної алгебри, теорії ймовірностей та математичної статистики

Вміти: застосовувати знання з математичного аналізу, теорії ймовірностей та математичної статистики

Володіти елементарними навичками: обчислювати інтеграли, розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь, працювати зі стохастичними об'єктами

3 Анотація навчальної дисципліни

Дисципліна «Актуарна математика» є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти галузі знань 12 «Інформаційні технології» зі спеціальності 124 «Системний аналіз», освітньо-професійної програми «Системний аналіз». Дисципліна має такі розділи: характеристики тривалості життя, аналітичні закони смертності, залишковий час життя, короткострокове та довгострокове страхування життя, методи підрахунку ймовірності банкрутства, резерви нетто-премій, різновиди угод перестраховання. Основним завданням є надати студентам базові знання про принципи призначення страхових надбавок, сформувати вміння розраховувати залишковий та округлений час життя, розвинути навички застосування отриманих знань до прикладних задач, які потребують актуарного аналізу. Дисципліна є обов'язковою. Викладається в 8-му семестрі, обсяг 90 год. (3 кредити ECTS), з них лекції – 20 год., семінари – 10 годин, самостійна робота – 60 год. Передбачено 2 змістовні частини, 2 контрольні роботи та іспит.

4 Завдання (навчальні цілі)

набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) відповідно до освітньої кваліфікації бакалавра з системного аналізу. Зокрема, розвивати:

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. K01
- Здатність планувати і управляти часом. K03
- Здатність спілкуватися державною мовою усно і письмово. K05
- Здатність бути критичним і самокритичним. K08
- Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів. K18
- Здатність використовувати сучасні інформаційні технології для комп'ютерної реалізації математичних моделей та прогнозування поведінки конкретних систем а саме: об'єктно-орієнтований підхід при проектуванні складних систем різної природи, прикладні математичні пакети, застосування баз даних і знань. K23
- Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження і аналізувати дані, отримані в них. K26
- Здатність системно аналізувати свою професійну і соціальну діяльність, оцінювати накопичений досвід. K27

5 Результати навчання за дисципліною

Результат навчання (РН) (1 – знати; 2 – вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми викладання та навчання	Методи оцінювання	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН.1.1	Знати і розуміти основні розділи і задачі актуарної математики	Лекції, практичні заняття	Контрольна робота (КР), іспит	40%
РН.1.2	Знати принципи призначення страхових надбавок			
РН.2.1	Вміти розраховувати залишковий та округлений час життя			
РН.2.2	Вміти розраховувати сучасну та майбутню вартість грошей при різних схемах нарахування відсотків	Лекції, практичні заняття		
РН.3.1	Демонструвати навички взаємодії з іншими людьми, уміння працювати в командах	Самостійна робота	КР, іспит, поточне оцінювання (ПО)	55%
РН.4.1	Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу	Самостійна робота	ПО	5%
РН.4.2	Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку	Самостійна робота	ПО	

6 Співвідношення результатів навчання дисципліни з програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	РН.1.1	РН.1.2	РН.2.1	РН.2.2	РН.3.1	РН.4.1	РН.4.2
	Програмні результати навчання						
(з опису освітньої програми)							
ПРО9. Вміти створювати ефективні алгоритми для обчислювальних задач системного аналізу та систем підтримки прийняття рішень.	+	+	+	+	+		
ПР15. Розуміти українську та іноземну мови на рівні, достатньому для обробки фахових інформаційно-літературних джерел, професійного усного і письмового спілкування, написання текстів за фаховою тематикою.						+	+

7 Схема формування оцінки

7.1 Форми оцінювання студентів:

- семестрове оцінювання:

1. Контрольна робота 1 (РН.1.1, РН.1.2, РН.2.1): 24 балів/15 балів.
2. Контрольна робота 2 (РН.2.2, РН.3.1): 24 балів/15 балів.
3. Поточне оцінювання (РН.3.1, РН.4.1, РН.4.2): 12 балів/6 балів.

- підсумкове оцінювання (у формі іспиту):

- максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: 40;
- результати навчання, які оцінюються: РН.1.1, РН.1.2, РН.2.1 РН.2.2, РН.3.1.
форма проведення: письмова
- види завдань: два теоретичні питання (40%), три задачі (60%).
 - для отримання загальної позитивної оцінки з дисципліни оцінка за іспит повинна бути не меншою ніж 24 бали;
 - студент не допускається до іспит, якщо протягом семестру він набрав менше ніж 36 балів.

ПИТАННЯ НА ІСПИТ

1. Функція виживання, її властивості.
2. Граничний вік.
3. Крива смертей.
4. Інтенсивність смертності.
5. Середній час життя та його дисперсія.
6. Аналітичні закони смертності де Муавра.
7. Формули Гомперца.
8. Закон смертності Мейкхама.
9. Розподіл залишкового часу життя.
10. Основні величини, що пов'язані з залишковим часом життя.
11. Середній залишковий час життя та його дисперсія.
12. Часткова залишкова тривалість життя.
13. Округлений час життя.
14. Задача інтерполяції при рівномірному розподілі смертей.
15. Випадок сталої інтенсивності смертності.
16. Припущення Балдуччі.
17. Інтегральні характеристики розподілу життя для дробового віку.
18. Таблиці тривалості життя.
19. Таблиці відбору ризику.
20. Таблиці з відбором обмеженої дії.
21. Аналіз моделей короткострокового страхування життя.
22. Індивідуальні позови при короткостроковому страхуванні життя.
23. Визначення страхової премії, страхової виплати.
24. Нетто-премія.
25. Точний розрахунок характеристик сумарного позову
26. Пуассонівська апроксимація сумарного позову.
27. Наближення Гауса
28. Визначення бруто-премії.
29. Страхова надбавка.
30. Відносна страхова надбавка.
31. Фактичні відсоткові ставки.
32. Номінальні відсоткові ставки.

33. Неперервні платежі.
34. Номінальні дисконтні (облікові) ставки.
35. Ренти.
36. Ануїтети.
37. Тимчасове та довічне страхування.
38. Чисте доживання.
39. Доживання.
40. Страхування з виплатою у момент смерті.
41. Стандартні типи змінних страхувань життя
42. Резерв нетто-премій довічного страхування.
43. Резерви нетто-премій при дробових термінах.
44. Перестраховання перевищення втрат.
45. Ліміт утримання.

Типові завдання контрольних робіт

Контрольна робота № 1

Задача 1 Покажіть, що

$$f(x) = \frac{x}{a^2} e^{-\frac{x}{a}},$$

можна розглядати як криву смертей. Визначити вид відповідної функції виживання $s(x)$ і інтенсивності смертності μ_x , а також відповідну середню тривалість життя e_0 . По таблиці проаналізувати відповідність запропонованої функції реальним даним.

Задача 2 Використовуючи таблицю підрахуйте середнє і дисперсію числа представників початкової групи в l_0 новонароджених, які вмируть у віці від 50 до 70 років.

Задача 3 Використовуючи таблицю для функції виживання, визначити ймовірність того, що залишковий час життя особи (20) лежить у проміжку від 40 до 50 років.

Задача 4 Припустимо, що у віці від 30 до 33 років інтенсивність смертності може бути описана формулою $\mu_x = 0,001x$. Підрахуйте ${}_2q_{30}$.

Контрольна робота № 2

Задача 1 Припустимо, що ймовірність пожежі на застрахованому об'єкті вартістю 6 млн. грн. становить $q=10^{-4}$. У випадку пожежі збитки Y рівномірно розподілені від нуля до повної вартості об'єкту. Підрахуйте середнє значення та дисперсію втрат за договором X .

Задача 2 Страхова компанія вивчає страхові випадки, спричинені торнадо, за договорами страхування ферм. Нехай X – частина збитків, що пов'язана з пошкодженням дома, а Y – частина збитків, що пов'язана з пошкодженням іншого майна. Сумісний розподіл випадкових величин X та Y має щільність

$$f(x, y) = \begin{cases} 6(1 - (x + y)), & \text{якщо } x > 0, y > 0 \text{ та } x + y < 1 \\ 0 & \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

Визначити ймовірність того, що збитки, спричинені дому, складатимуть менше 20 % від загальних збитків.

Задача 3 Портфель складається з 4500 договорів страхування життя строком на один рік. У випадку смерті застрахованого протягом року компанія сплачує спадкоємцям 100 000 грн., і нічого не виплачує, якщо людина доживає до кінця року. Всіх застрахованих можна поділити на три групи: в першій групі $N_1=3\,000$ людей, в другій – $N_2=1\,000$ і в третій $N_3=500$ з

ймовірностями смерті $q_1=0.002$, $q_2=0.003$ та $q_3=0.004$ відповідно. Знайти сумарну та індивідуальні премії кожної групи, яких буде досить для забезпечення небанкрутства компанії на рівні 95%, вважаючи, що захисна надбавка береться пропорційно нетто-премії.

Задача 4 Загальна величина виплат за договором медичного страхування має щільність

$$f(x) = \frac{1}{1000} e^{-x/1000}, x > 0.$$

Премія за такий продукт встановлена на рівні, що перевищує 100 очікувані виплати. Якщо продано 100 договорів, яка приблизно ймовірність того, що втрати страхової компанії будуть перевищувати зібрані премії?

7.2 Організація оцінювання

Терміни проведення оцінювання

Контрольні роботи: № 1 – до 7 тижня, № 2 – до 13 тижня.

Поточне оцінювання: просягом семестру.

7.3 Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій і практичних занять

№ п/п	Назва лекції	Кількість годин		
		лекції	семінари	С/Р
Частина 1				
«Основи теорії страхування життя»				
1	Тема 1. Вступ. Основні характеристики тривалості життя Самостійна робота: <i>Аналіз тривалості життя людини</i>	2	2	6
2	Тема 2. Аналітичні закони смертності Самостійна робота: <i>Зв'язок теорії надійності з математичними моделями тривалості життя</i>	2		6
3	Тема 3. Залишковий і округлений час життя Самостійна робота: <i>Алгоритми підрахунку характеристик залишкового часу життя</i>	2	2	4
4	Тема 4. Наближення для дробового віку Самостійна робота: <i>Сплайн апроксимації функції виживання і оцінка точності обчислення похідних від неї характеристик</i>	2		8
5	Тема 5. Структура таблиць тривалості життя Самостійна робота: <i>Використання таблиць тривалості життя в актуарних розрахунках</i>	1	1	6
	<i>Контрольна робота 1</i>	1		

Частина 2				
«Моделі короткострокового та довгострокового страхування»				
6	Тема 6. Короткострокове страхування життя Самостійна робота: <i>Моделі індивідуальних позовів</i>	2	2	4
7	Тема 7. Наближені методи підрахунку ймовірності банкрутства Самостійна робота: <i>Граничні теореми – основа наближених методів підрахунку ймовірності банкрутства</i>	2		6
8	Тема 8. Принципи призначення страхових надбавок Самостійна робота: <i>Алгоритми підрахунку страхових надбавок при різних підходах до їх призначення</i>	2	2	6
9	Тема 9. Математика складних відсотків. Схеми довгострокового страхування Самостійна робота: <i>Основи теорії процентних ставок</i>	2		6
10	Тема 10. Резерви нетто-премій. Різновиди угод перестраховування Самостійна робота: <i>Постановка та розв’язок оптимізаційних задач при перестрахованні</i>	2		8
	<i>Контрольна робота 2</i>		1	
	ВСЬОГО	20	10	60

Загальний обсяг **90 год.**, в тому числі:

Лекцій – **20 год.**

Семінари – **10 год.**

Самостійна робота – **60 год.**

9. Рекомендовані джерела

Основні

1. S.D. Promislov “Fundamentals of Actuarial Mathematics. Third Edition”, John Wiley & Sons Ltd, 2015.
2. D.C.M. Dickson, M.R. Hardy and H.R. Waters “Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks. Second Edition”, Cambridge University Press, New York, 2013.
3. Marco Corazza, et. al. “Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance”, Springer International Publishing AG, Cham, 2018.
4. А.Г. Фалин, Г.И. Фалин “Введение в математику финансов и инвестиций для актуариев”. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – МАКС Пресс, 2019.
5. Г.И. Фалин “Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем”. 3-е издание, АНКИЛ, 2007.
6. О.Г. Ханін “Математичні моделі ризикового страхування”, Східноєвропейський національний університет, Луцьк, 2018.

Додаткові

7. М.В. Карташов “Процеси Маркова в актуарній математиці”. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2007.

8. М.М.Леоненко, Ю.С.Мишура, В.М.Пархоменко, Я.И.Ядренко “Теоретико-ймовірносні та статистичні методи в економетриці та фінансової математиці”, К. : Інформтехніка, 1995.
9. A.O. Petters, X. Dong “An Introduction to Mathematical Finance with Applications” Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology, 2016.